

第一章 數列與級數【習ch1 綜合練習】

是非題

以下敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(×) 1. 因為 7, 13, 5, 6, 28 沒有規律，所以這不是數列。

將一些數排成一行就稱為數列

(○) 2. 數列 3, 6, 9, 12, 15 是一個公差為 3 的等差數列。

(×) 3. 9 是 4 與 25 的等差中項。

4 與 25 的等差中項為 $\frac{4+25}{2} = 14.5 \neq 9$

(×) 4. $2+4+8+16+32 = \frac{5 \times (2+32)}{2}$ 。

$2+4+8+16+32$ 並不是等差級數，所以不可用等差級數和的公式求解
其解應該為 $2+4+8+16+32=62$

(○) 5. 數列 4, 4, 4, 4, 4, 4 是一個等差數列也是一個等比數列。

此數列後項減去前項的差都為 0，所以是一個公差為 0 的等差數列

此數列後項除以前項的商都為 1，所以是一個公比為 1 的等比數列

(○) 6. 6 是 -4 與 -9 的等比中項。

-4 與 -9 的等比中項為 $\pm\sqrt{(-4) \times (-9)} = \pm\sqrt{36} = \pm 6$

填充題

1. 設 $5x+6, 3x+5, 4x-2$ 三數成等差數列，則公差為 -5 。

$(5x+6)+(4x-2)=2(3x+5), 9x+4=6x+10, 3x=6, x=2$

此三數為 16, 11, 6，所以公差為 $11-16=-5$

2. 若等差數列的首項為 35，公差為 -4，則此數列從第 10 項開始

為負數。

設從第 n 項開始為負數 (即 $a_n < 0$)， $a_n = 35 + (n-1) \times (-4) < 0$

$35 - 4n + 4 < 0, 4n > 39, n > 9\frac{3}{4}$ ，所以從第 10 項開始為負數

3. 如右圖，若在每個方格中各填入一個數，使每個橫列、直行都成等差數列，且每個橫列有相同的公差，每個直行也有相同的公差，則

	a		
4			13
		b	
-10			

$a = \underline{14}$ ， $b = \underline{3}$ 。

直行由上而下，設公差為 d_1 ， $4 + 2d_1 = -10$ ， $d_1 = -7$

橫列由左而右，設公差為 d_2 ， $4 + 3d_2 = 13$ ， $d_2 = 3$

所以 $a = 4 - d_1 + d_2 = 14$ ， $b = 13 + d_1 - d_2 = 3$

4. 已知一等差數列前 10 項的和為 388，前 9 項的和為 345，求此等差數列的第 10 項為 43。

$S_9 + a_{10} = S_{10}$ ， $a_{10} = S_{10} - S_9 = 388 - 345 = 43$

5. 等差級數 $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} + \dots + 7\frac{3}{4}$ 的和為 64。

$d = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ， $7\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + (n-1) \times \frac{1}{2}$ ， $n = 16$ ，所求 = $\frac{16 \times (\frac{1}{4} + 7\frac{3}{4})}{2} = 64$

第二章 函數【習ch2 綜合練習】

是非題

在下列各題中， y 是 x 的函數者打「○」，不是的打「×」。

(○)(1) 小翊 第二次段考 5 科的平均分數為 x ，總分為 y 。

(○)(2) 一長方形的周長為 12，長為 x ，寬為 y 。

(×)(3) 閏年中， x 表示天數， y 表示 x 天所對應的月分。

給定天數，不能確定對應到哪一個月分，故 y 不是 x 的函數

(○)(4) 便利商店的美式咖啡一杯 35 元，小妍 買了 x 杯，共需付 y 元。

(○)(5) 一梯形的上底為 8，下底為 x ，高為 6，面積為 y 。

計算題

設函數 $y = -2x - 9$ ，則：

(1) 在 $x = -7$ 時，函數值為多少？ (2) 在 $x = 0$ 時，函數值為多少？

$$\begin{aligned}y &= (-2) \times (-7) - 9 \\ &= 14 - 9 \\ &= 5\end{aligned}$$

答：5

$$\begin{aligned}y &= (-2) \times 0 - 9 \\ &= -9 \\ \text{答：} & -9\end{aligned}$$

若函數 $y = \frac{2x+13}{3}$ 與函數 $y = 2x - 3$ ，在 $x = a$ 時的函數值互為相反數，則 a 為多少？

在 $x = a$ 時，兩函數值互為相反數

$$\text{即 } \frac{2a+13}{3} = -(2a-3), \text{ 解得 } a = -\frac{1}{2}$$

所以在 $a = -\frac{1}{2}$ 時，兩函數值互為相反數

$$\text{答：} -\frac{1}{2}$$

若一次函數 $y = ax + b$ ，在 $x = 3$ 時的函數值是 8，在 $x = 5$ 時的函數值是 2，則此一次函數為何？

一次函數 $y = ax + b$

在 $x = 3$ 時，函數值為 $3a + b = 8$ ；在 $x = 5$ 時，函數值為 $5a + b = 2$

解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3a+b=8 \\ 5a+b=2 \end{cases}$ ，得 $a = -3$ 、 $b = 17$

所以此一次函數為 $y = -3x + 17$

$$\text{答：} y = -3x + 17$$

第三章 三角形的基本性質【習ch3 綜合練習】
是非題

以下敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(○) 1. 正五邊形的每一個外角都會相等。

(○) 2. 判斷兩個三角形的全等性質有五種，分別是 SSS 、 SAS 、 ASA 、 AAS 及 RHS 。

(×) 3. 兩個正三角形一定會全等。

兩個三角形的三組角對應相等時，並不保證三組邊也會對應相等，
故兩個正三角形不一定會全等

(○) 4. 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ，則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

如右圖，兩個三角形滿足 AAS 全等性質



(×) 5. 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle B = \angle E$ ，則 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

如右圖，兩個三角形為 SSA 對應關係，但不全等



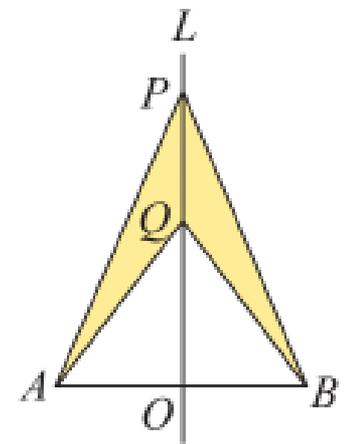
(○) 6. 有一點到角的兩邊距離相等，則這一點會在這個角的角平分線上。

(×) 7. 等腰三角形的頂角平分線會平分底邊，但不一定會垂直底邊。

等腰三角形的頂角平分線會垂直平分底邊

填充題

如右圖， L 為 \overline{AB} 的垂直平分線， P 、 Q 為 L 上兩點，
 已知 $\overline{AB}=10$ ， $\triangle PAB$ 的面積為 60，且 $\triangle PQA$ 的面積
 為 $\frac{25}{2}$ ，則 $\overline{QO} = \underline{\quad 7 \quad}$ 。



$$\triangle PAB \text{ 面積} = 60 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PO}, \overline{PO} = 12$$

$$\triangle PQA \text{ 面積} = \frac{25}{2} = \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{AO}, \overline{PQ} = 5$$

$$\therefore \overline{QO} = \overline{PO} - \overline{PQ} = 7$$

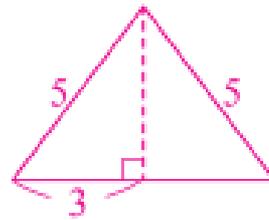
若三角形的三邊長為 5、5、6，則三角形的面積為 12。

如右圖， \therefore 此三角形為等腰三角形

\therefore 底邊上的高會垂直平分底邊

$$\text{得底邊上的高為 } \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\text{故三角形面積} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$



若 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，則 $\angle C$ > 60° 。

(填入 $>$ 、 $<$ 或 $=$)

$$\because \overline{AB} > \overline{AC}, \therefore \angle C > \angle B$$

$$\angle C + \angle C > \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$$

$$2\angle C > 120^\circ$$

$$\angle C > 60^\circ$$

第四章 平行與四邊形【習ch4綜合練習】

以下敘述正確的打「○」，錯誤的打「×」。

- (○) 1. 在一平面上，若有相異兩條直線同時垂直於另一條直線，則這兩條直線一定互相平行。
- (×) 2. 在一平面上，相異兩直線被另一直線所截的同位角會相等、內錯角會相等、同側內角會互補。
若兩直線不平行，則以上所述的性質皆不成立
- (○) 3. 在一平面上，相異兩直線被另一直線所截的任一組同位角相等時，則這兩條直線會互相平行。
- (○) 4. 平行四邊形的任一對角線將原平行四邊形分成兩個全等的三角形。
- (×) 5. 平行四邊形的對角相等，鄰角也相等。
平行四邊形的鄰角會互補，但不一定相等
- (×) 6. 如果有一個四邊形的一組對邊互相平行，另一組對邊等長，則這個四邊形必為平行四邊形。
此四邊形可能為平行四邊形或等腰梯形
- (○) 7. 菱形的對角線互相垂直平分。
- (×) 8. 對角線互相平分的四邊形必為長方形。
對角線互相平分的四邊形為平行四邊形

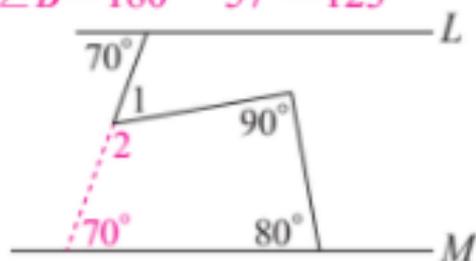
1. 若 $\angle A$ 的兩邊和 $\angle B$ 的兩邊互相平行， $\angle A = 57^\circ$ ，則 $\angle B = \underline{57^\circ \text{ 或 } 123^\circ}$ 。

(1) 如右圖 ， $\angle B = 57^\circ$ (2) 如右圖 ， $\angle B = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$

2. 如右圖， $L \parallel M$ ，則 $\angle 1 = \underline{60}$ 度。

$$\angle 2 = 360^\circ - 70^\circ - 80^\circ - 90^\circ = 120^\circ$$

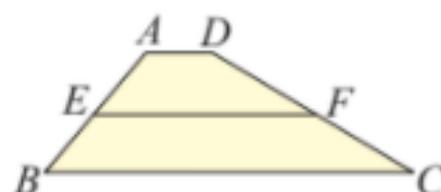
$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle 2 = 60^\circ$$



3. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點，已知 $\overline{EF} = 7$ 、 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{CD} = 9$ ，則梯形 $ABCD$ 的周長 = 29。

$$\overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{EF} = 14$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的周長} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = \overline{AB} + \overline{CD} + (\overline{AD} + \overline{BC}) = 6 + 9 + 14 = 29$$



4. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 與 $\angle ACB$ 的角平分線相交於 F 點；過 F 點作 \overline{BC} 的平行線，與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 分別交於 D 、 E 兩點。若 $\angle ABC = 70^\circ$ ， $\angle ACB = 50^\circ$ ，則：

(1) $\angle 1 = \underline{35}$ 度； $\angle 2 = \underline{25}$ 度。

(2) 若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ ，則 $\triangle ADE$ 的周長 = 12。

(1) \overline{BF} 、 \overline{CF} 分別平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$

$$\therefore \angle ABF = \angle FBC = 35^\circ, \angle ACF = \angle FCB = 25^\circ$$

$$\text{又 } \overline{DE} \parallel \overline{BC}, \therefore \angle 1 = \angle FBC = 35^\circ, \angle 2 = \angle FCB = 25^\circ$$

(2) $\angle 1 = \angle FBC = \angle ABF, \therefore \overline{DB} = \overline{DF}$ ； $\angle 2 = \angle FCB = \angle ACF, \therefore \overline{EC} = \overline{EF}$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周長} = \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE} = 5 + 7 = 12$$

